


 Письма в ЖТФ, том 15, вып. 5  
 01

12 марта 1989 г.

## РЕЗОНАНСНОЕ УДЕРЖАНИЕ ЧАСТИЦ С СОБСТВЕННЫМ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ В ПЕРЕМЕННОМ НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.В. Б о н ш т е д т, В.Г. Ш и р о н о с о в

Согласно теореме Ирншоу, устойчивая статическая конфигурация электрических зарядов невозможна. Аналогичное утверждение справедливо и для частиц с магнитным моментом при отсутствии диамагнитных тел [1]. Однако возможно электродинамическое удержание заряженных частиц без внешней обратной связи при помощи комбинации постоянного и переменного электрического поля [2]. В настоящее время ловушки такого типа довольно широко используются для подвешивания частиц микронных размеров (см., например, [3]). Осуществлено и подвешивание постоянного магнита при помощи комбинации постоянного и переменного магнитного поля [4] и в чисто переменном поле [5]. Показана возможность устойчивого орбитального движения спиновой частицы в переменном и неоднородном постоянном магнитном поле [6]. Во всех случаях (кроме [6]) рассматривались линейаризованные уравнения движения, и критерием устойчивости подвеса являлось отсутствие в системе параметрического резонанса.

Однако нелинейность уравнений движения позволяет предположить существование устойчивого удержания при наличии параметрически возбужденных колебаний удерживаемой частицы.

Рассмотрим в качестве примера магнитный диполь, находящийся в переменном магнитном поле, создаваемом соленоидом, и поле силы тяжести (рис. 1). Можно выделить два случая: 1) диполь подвешивается над торцом соленоида; 2) диполь подвешивается внутри соленоида.

Распределение магнитной индукции  $\vec{B}$  (в цилиндрической системе координат) аппроксимируется следующим видом:

$$B_z = B_0(s + z^2 - 0.5\rho^2) \cdot \cos \omega t,$$

$$B_\rho = -B_0\rho z \cdot \cos \omega t,$$

$$B_\varphi = 0,$$

$$s = \text{const}.$$

В 1-м случае  $s > 0$ , во втором  $-s < 0$ .

При этом компоненты вектор-потенциала поля будут удовлетворять уравнению Лапласа. Диполь можно представить в виде ротатора с массой  $m$ , моментом инерции  $I$  и магнитным моментом  $\vec{\mu}$ . Пренебрегая неоднородностью поля в пределах частицы, потенциальную энергию  $\mathcal{U}$  можно записать в виде:

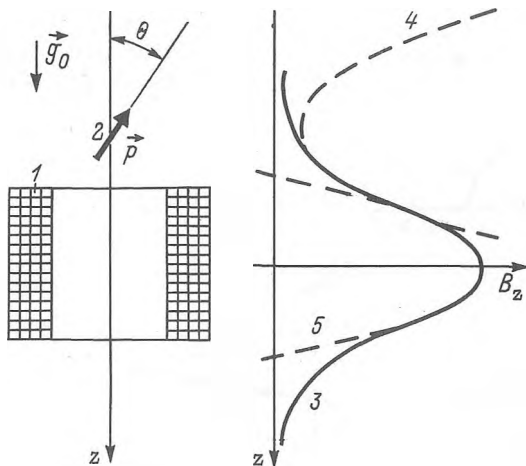


Рис. 1. 1 - соленоид, 2 - диполь, 3 - реальная зависимость  $B_z = \varphi(z)$ , 4 - аппроксимация  $\varphi(z)$  для 1 случая, 5 - аппроксимация  $\varphi(z)$  для 2-го случая.

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{B} - mg_0 z,$$

где  $g_0$  - ускорение свободного падения.

Предположим, что момент количества движения по координате  $\varphi$  равен 0. Учитывая, что  $B_\varphi = 0$ , сведем задачу к двумерному случаю. В этом случае лагранжиан частицы запишется для 1-го случая в виде:

$$L = \dot{\rho}^2 + \dot{z}^2 + K\dot{\theta}^2 + \varepsilon((s+z^2 - 0.5\rho^2) \cdot \cos\theta - \rho z \cdot \sin\theta) \cdot \cos 2t + gz,$$

где  $K = \frac{I}{m}$ ,  $\varepsilon = \frac{8\rho B_0}{m\omega^2}$ ,  $g = \frac{8g_0}{\omega^2}$ ,  $t = \frac{\omega\tau}{2}$ .

Аналогично записывается лагранжиан для второго случая.

Устойчивость решений соответствующих уравнений удобно анализировать при помощи методики, описанной в [7]. При этом ищутся

приближенные решения в виде ряда  $x = a_0 + \sum_{k=1}^n (a_k \cdot \cos kt + \frac{b_k}{k} \cdot \sin kt)$ .

В результате вычислений получаются уравнения  $\dot{a}_\alpha = f(a_\beta, b_\beta, K, \varepsilon, g)$ ,  $\dot{b}_\alpha = f(a_\beta, b_\beta, K, \varepsilon, g)$  (1), где  $\alpha, \beta = 0, 1, \dots, n$ . Стационарные точки получаются решением системы уравнений  $\dot{a}_\alpha = 0$ ,  $\dot{b}_\alpha = 0$ . Для определения устойчивости стационарных точек уравнения (1) исследуются на устойчивость в вариациях.

Такие вычисления были проделаны для обоих случаев при  $|s| = 1$ . Периодические решения ищались в виде:

$$z = a_{10} + a_{11} \cdot \cos t + b_{11} \cdot \sin t + a_{12} \cdot \cos 2t + b_{12} \cdot \sin 2t,$$

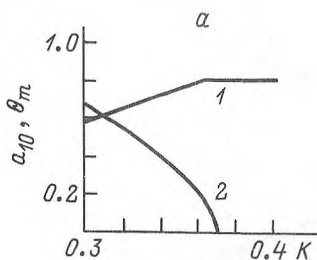
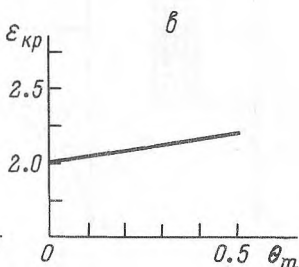
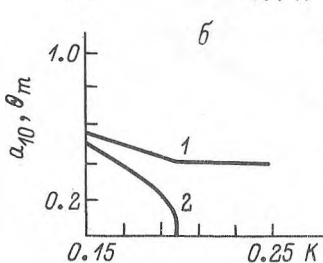


Рис. 2. 1 -  $a_{10}(K)$ , 2 -  $\theta_m(K)$ .  
 а) 1-й случай,  $g = 0.2$ ,  $\varepsilon = 1$ ;  
 в) 2-й случай,  $g = 0.1$ ,  $\varepsilon = 1$ ;  
 с) 2-й случай,  $g = 0.1$ .



$$\rho = a_{21} \cdot \cos t + b_{21} \cdot \sin t,$$

$$\theta = a_{31} \cdot \cos t + b_{31} \cdot \sin t.$$

При вычислениях полагалось, что  $a_{ik}, b_{ik} \ll 1$ , и члены выше 4-го порядка малости отбрасывались.

Зависимости  $a_{10}$  и амплитуды угловых колебаний диполя

$\theta_m = \sqrt{a_{31}^2 + b_{31}^2}$  от  $K$ , полученные в результате вычислений, показаны на рис. 2. Из графиков видно, что возможно пространственное разделение частей по величине  $K$ . Решение становится неустойчивым при  $\varepsilon > \varepsilon_{кр}$ , причём в 1-м случае в принятом приближении  $\varepsilon_{кр} = 2$  и не зависит от  $\theta_m$ , а во 2-м случае такая зависимость существует (рис. 2). В частности, возможно такое сочетание  $K$  и  $g$ , что при увеличении  $\varepsilon$  устойчивое решение переходит в неустойчивое и затем вновь становится устойчивым после возникновения колебаний диполя по  $\theta$ .

Во 2-м случае возникает еще один вид неустойчивости решения, связанный с тем, что при увеличении  $\theta_m$  жесткость подвеса уменьшается вплоть до отрицательных величин. При этом стационарная точка  $z=0$ , соответствующая отсутствию силы тяжести ( $g=0$ ), становится неустойчивой, а при  $g \neq 0$  координата точки подвешивания неограниченно возрастает. Аналогичную неустойчивость по координате  $\rho$  можно наблюдать для 1-го случая.

Для проверки численно-аналитических расчетов было проведено моделирование уравнений движения на аналоговой вычислительной машине „Русалка“ и натурное моделирование. При этом магнит из феррита бария длиной 8 мм подвешивался над торцом электромагнита, что соответствует 1-му случаю. С целью расширения области

начальных условий, приводящих к удержанию магнита, подвешивание осуществлялось в глицерине. Амплитуда колебаний по  $\theta$  изменялась наложением синфазного или противофазного однородного переменного магнитного поля. При этом поведение магнита качественно описывалось решениями (рис. 2), полученными в результате расчетов.

В заключение авторы выражают признательность В.И. Ожогину и другим участникам семинара за обсуждение работы.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] К о з о р е з В.В. Динамические системы магнитно взаимодействующих свободных тел, Киев: Наукова думка, 1981. 140 с.
- [2] W u e r k e r R.F., S h e l t o n H., L a n g m u i r R.V. // Journal of Applied Physics. 1959. V. 30. N 3. P. 342-349.
- [3] А р н о л ь д и Ф о л а н. // Приборы для научных исследований. 1986. № 9. С. 52-55.
- [4] V a n d e r H e i d e H. // Philips tech. Rev. 1974. V. 34. N 2/3. P. 61-72.
- [5] Ш и р о н о с о в В.Г., Б о н ш т е д т А.В. Тез. конф. по физике магнитных явлений, ХУШ конф., Калинин, 1988. С. 886-887.
- [6] Ш и р о н о с о в В.Г. // ЖТФ. 1983. Т. 53. В. 7. С. 1414-1416.
- [7] Ш и р о н о с о в В.Г. Деп. в ВИНТИ 14. 11, 88, № 8071, В88, 1988.

Физико-технический институт  
УНЦ АН СССР

Поступило в Редакцию  
7 января 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 15, вып. 5  
11

12 марта 1989 г.

#### ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ПОЛЯ НА СПЕКТР ПОВЕРХНОСТНЫХ СОСТОЯНИЙ

Н.В. Д а н и л ь ц е в

В данной работе представлены результаты исследования энергетических спектров электронов полевой эмиссии атомарно-чистой поверхности *Ge p*-типа. Форма спектров электронов для кристаллографических направлений (КН) [111] и [100] для 300 К представлена на рис. 1. Положение спектра электронов по отношению к вершине валентной зоны в объеме эмиттера ( $E_{\sigma}$ ) свидетельствует о наличии на поверхности загиба зон вверх, величина которого составляет 0.3 В и практически не зависит от КН. На рис. 2 пред-