



Литература

- [1] *Bigio I.* IEEE J. Quant. Electr., 1978, v, QE-14, N 2, p. 75—76.
- [2] *Лаврентюк В. Е., Подмошенский И. В., Роговцев П. Н.* Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 5, с. 284—288.
- [3] *Pereira N. R.* J. Appl. Phys., 1984, v. 56, N 7, p. 2180—2182.
- [4] *Батырбеков Г. А., Кострица С. А., Тлеужанов А. Б., Хасенов М. У.* Тез. докл. II Всес. семинара «Элементарные процессы в плазме электроотрицательных газов». Ереван, 1984, с. 100.
- [5] *Батырбеков Г. А., Кузьмин Ю. Е., Хасенов М. У.* Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат., 1983, № 2, с. 61—65.
- [6] *Collier F., Lacour B., Maillet M., Michon M. J.* Appl. Phys., 1981, v. 5, N 10, p. 6021—6024.
- [7] *Сорокин А. Р.* ЖТФ, 1979, т. 49, № 8, с. 1673—1667.
- [8] *Батырбеков Г. А., Кострица С. А., Кузьмин Ю. Е.* и др. Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, № 13, с. 789—791.
- [9] *Смирнов Б. М.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
- [10] *Maup M. M.* AIAA J., 1976, v. 14, N 5, p. 546—567.

Институт ядерной физики АН КазССР
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
22 июля 1985 г.
В окончательной редакции
2 апреля 1986 г.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ МАГНИТНОГО ВОЛЧКА
В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Г. Широносов, В. М. Сулопаров

При движении в неоднородном магнитном поле макроскопической спиновой частицы могут возникать условия, когда стационарно вращающийся намагниченный образец будет иметь устойчивые траектории движения в пространстве.

Регулярная прецессия волчка с неподвижной точкой в постоянном однородном поле хорошо изучена в литературе [1]. В то же время известно [2] явление возникновения устойчивых состояний движения в системе двух магнитов, ориентированных параллельно друг другу. Используя классический подход [3, 4] к описанию движения спина, в работе [5] получен эффект резонансного захвата частицы, обладающей магнитным моментом, в переменном неоднородном магнитном поле. Появившиеся в последнее время исследования [6] по устойчивости стационарных орбитальных вращений проводящих тел, вывешенных в неоднородных магнитных полях, свидетельствуют в пользу возможности подобного рода эффектов.

Особый интерес в этой связи приобретает задача об устойчивости стационарного орбитального движения магнитного волчка в постоянном осесимметричном неоднородном магнитном поле. В настоящей работе в виде такого волчка рассматривается макрочастица, обладающая магнитным моментом μ и собственным вращением вокруг ее главной оси инерции, совпадающей с вектором μ (см. рисунок). В силу симметрии магнитного поля $H \simeq (0, 0, H(r))$ относительно оси OZ ограничимся рассмотрением движения центра масс волчка в плоскости XOY .

Пренебрегая влиянием диссипации на движение волчка, запишем сохраняющуюся функцию Гамильтона системы

$$\mathcal{H} = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2) + \frac{I}{2} (\dot{\chi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{I_0}{2} (\dot{\psi} + \dot{\chi} \cos \theta)^2 - \mu H(r) \cos \theta, \quad (1)$$

где m — масса; I_0, I — моменты инерции симметрического волчка относительно его главной и побочной осей (линии узлов $O'N \perp OZ', O'N \perp \mu$); r, φ — полярные координаты центра масс O' волчка на плоскости XOY ; углы Эйлера θ, ψ и χ задают ориентацию осей инерции волчка по отношению к прямоугольной системе координат $O'X'Y'Z'$, связанной с центром инерции движущегося тела.

Циклическим координатам φ , χ и ψ отвечают три первых интеграла движения системы

$$\begin{aligned} mr^2\dot{\varphi} &= L_z, \\ I_0(\dot{\psi} + \dot{\chi} \cos \theta) \cos \theta + I\dot{\chi} \sin^2 \theta &= l_z, \\ I_0(\dot{\psi} + \dot{\chi} \cos \theta) &= l_3, \end{aligned} \quad (2)$$

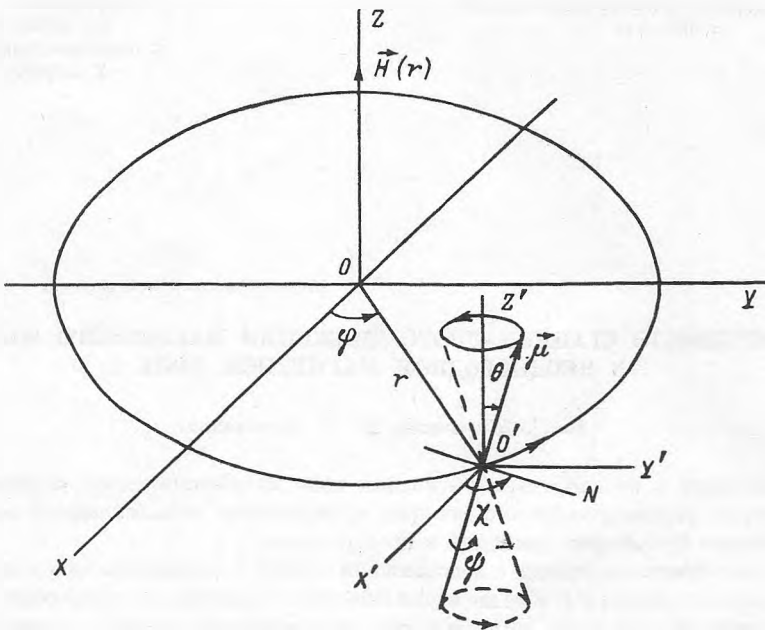
с помощью которых можно аналогично [1, с. 143] исключить из выражения для энергии (1) циклические скорости $\dot{\varphi}$, $\dot{\chi}$ и $\dot{\psi}$. В результате получим

$$E = \frac{m}{2} \dot{r}^2 + \frac{I}{2} \dot{\theta}^2 + U_{\text{эфф}}, \quad E = \mathcal{E} - \frac{l_z^2}{2I_0},$$

где эффективная потенциальная энергия системы

$$U_{\text{эфф}} = -\mu H(r) \cos \theta - \frac{L_z^2}{2mr^2} + \frac{(l_z - l_3 \cos \theta)^2}{2I \sin^2 \theta} \quad (3)$$

является функцией двух «позиционных» переменных r и θ .



Наряду со сложными движениями, описываемыми с помощью нелинейных уравнений, волчок может совершать стационарное движение — равномерное движение по орбите радиуса r_0 ($\dot{r} = 0$) с одновременной прецессией под определенным углом θ_0 ($\dot{\theta} = 0$) к оси OZ' . Нахождение условий такой «орбитальной» прецессии связано с отысканием экстремумов $U_{\text{эфф}}(r, \theta)$ в точках r_0 и θ_0

$$\left(\frac{\partial U_{\text{эфф}}}{\partial r} \right)_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial U_{\text{эфф}}}{\partial \theta} \right)_0 = 0, \quad (4)$$

которые, используя выражение (3) для $U_{\text{эфф}}$, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mu \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)_0 \cos \theta_0 + \frac{L_z}{mr_0^3} &= 0, \\ \mu H(r_0) \sin \theta_0 + \frac{(l_3 - l_z \cos \theta_0)(l_z - l_3 \cos \theta_0) \sin \theta_0}{I \sin^4 \theta_0} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Условия устойчивости рассматриваемого стационарного движения, согласно теореме Рауса [7] и критерию Сильвестра, имеют вид

$$a_{rr} > 0, \quad a_{rr} a_{\theta\theta} - a_{r\theta} a_{\theta r} > 0, \quad (6)$$

где

$$a_{rr} = \left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial r^2} \right)_0 = -\mu \left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2} \right)_0 \cos \theta_0 + \frac{3L_z^2}{mr_0^4},$$

$$a_{r\theta} = \left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial r \partial \theta} \right)_0 = \mu \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)_0 \sin \theta_0, \quad a_{r\theta} = a_{\theta r},$$

$$a_{\theta\theta} = \left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial \theta^2} \right)_0 = \frac{(l_z - l_3 \cos \theta_0)^2 \sin^2 \theta_0 + (l_3 + l_3 \cos^2 \theta_0 - 2l_z \cos \theta_0)^2}{I \sin^4 \theta_0}.$$

Первое неравенство в (6) с учетом (5) приводит к условию радиальной устойчивости частицы в центральном поле [8]

$$\frac{(\partial^2 H / \partial r^2)_0}{(\partial H / \partial r)_0} r_0 > -3, \quad (7)$$

которое для неоднородного магнитного поля $H(r) \sim \alpha r^n$ (α — размерный коэффициент) сводится к требованию $n > -2$. Таким образом, в рамках рассматриваемой модели орбитальное движение волчка в магнитных полях типа $\sim r^{-3}$ (магнитного диполя) не является устойчивым.

Второе неравенство (6) определяет с помощью соотношений (5) область значений параметров системы, при которых данное стационарное движение магнитной частицы устойчиво.

Можно показать, что реализация такого движения отвечает синхронизации объектов с близкими частотами [9]. Для этого, записывая условия осуществимости стационарного движения (5) с учетом (2) в терминах частот орбитального вращения $\omega_1 = \dot{\phi}$, регулярной прецессии $\omega_2 = \dot{\chi}$ и собственного вращения $\omega_3 = \dot{\psi}$, получим

$$\mu \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)_0 \cos \theta_0 + m \omega_1^2 r_0 = 0,$$

$$[\omega_2^2 (I_0 - I) \cos \theta_0 + I_0 \omega_2 \omega_3 + \mu H(r_0)] \sin \theta_0 = 0. \quad (8)$$

В случае «магнитного» ротатора ($I_0 = 0$) система (8) сводится к уравнению

$$(\omega_1^2 \omega_2^2 - \omega_{L_0}^2 \omega_1^2) \left[1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_{L_0}} \right)^4 \right]^{1/2} = 0,$$

где

$$\omega_{L_0}^2 = -\mu \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)_0 \frac{1}{r_0}, \quad \omega_1^2 = \mu H(r_0)/I, \quad \cos \theta_0 = (\omega_1 / \omega_{L_0})^2.$$

При $\omega_1^2 \neq \omega_{L_0}^2$ (соответственно $\theta_0 \neq 0, \pi$) имеем $\omega_1^2 \omega_2^2 = \omega_{L_0}^2 \omega_1^2$, что аналогично условиям синхронизации объектов с близкими частотами [9].

Литература

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Механика. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1965, т. 1. 204 с.
- [2] Козорез В. В. Изв. АН СССР, МТТ, 1974, № 4, с. 29—34.
- [3] Тернов И. М., Бордовицын В. А. УФН, 1980, т. 132, № 2, с. 345—352.
- [4] Багров В. Г., Бордовицын В. А. Изв. вузов. Физика, 1980, № 2, с. 67—76.
- [5] Широносов В. Г. ЖТФ, 1983, т. 53, № 7, с. 1414—1416.
- [6] Кувыкин В. И., Сеняткин В. А. ЖТФ, 1984, т. 54, № 12, с. 2404—2407.
- [7] Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1976. 312 с.
- [8] Дубошин Г. Н. Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М.: Наука, 1964. 560 с.
- [9] Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 352 с.

Физико-технический институт
Уральского научного центра АН СССР
Устинов

Поступило в Редакцию
22 сентября 1985 г.
В окончательной редакции
10 марта 1986 г.