Литература

[1] *Bigio I.* IEEE J. Quant. Electr., 1978, v, QE-14, N 2, p. 75—76.
[2] *Лаврентюк В. Е., Подмошенский И. В., Роговцев П. Н.* Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 5, с. 284—288.
[3] *Pereira N. R.* J. Appl. Phys., 1984, v. 56, N 7, p. 2180—2182.
[4] *Батырбеков Г. А., Кострица С. А., Тлеужанов А. Б., Хасенов М. У.* Тез. докл. II Всес. семинара «Элементарные процессы в плазме электроотрицательных газов». Ереван, 1984, с. 100.
[5] *Батырбеков Г. А., Кузьмин Ю. Е., Хасенов М. У.* Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат., 1983, № 2, с. 61—65.
[6] *Collier F., Lacour B., Maillet M., Michon M.* J. Appl. Phys., 1981, v. 5, N 10, p. 6021—6024.
[7] *Сорокин А. Р.* ЖТФ, 1979, т. 49, № 8, с. 1673—1667.
[8] *Батырбеков Г. А., Кострица С. А., Кузьмин Ю. Е.* и др. Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, № 13, с. 789—791.
[9] *Смирнов Б. М.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. 456 с.
[10] *Mann M. M.* AIAA J., 1976, v. 14, N 5, p. 546—567.

Институт ядерной физики АН КазССР
Алма-Ата

Поступило в Редакцию
22 июля 1985 г.
В окончательной редакции
2 апреля 1986 г.

УДК 53 : 51 *Журнал технической физики, т. 57, в. 4, 1987*

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ МАГНИТНОГО ВОЛЧКА В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Г. Широносов, В. М. Суслопаров

При движении в неоднородном магнитном поле макроскопической спиновой частицы могут возникать условия, когда стационарно вращающийся намагниченный образец будет иметь устойчивые траектории движения в пространстве.

Регулярная прецессия волчка с неподвижной точкой в постоянном однородном поле хорошо изучена в литературе [1]. В то же время известно [2] явление возникновения устойчивых состояний движения в системе двух магнитов, ориентированных параллельно друг другу. Используя классический подход [3, 4] к описанию движения спина, в работе [5] получен эффект резонансного захвата частицы, обладающей магнитным моментом, в переменном неоднородном магнитном поле. Появившиеся в последнее время исследования [6] по устойчивости стационарных орбитальных вращений проводящих тел, вывешенных в неоднородных магнитных полях, свидетельствуют в пользу возможности подобного рода эффектов.

Особый интерес в этой связи приобретает задача об устойчивости стационарного орбитального движения магнитного волчка в постоянном осесимметричном неоднородном магнитном поле. В настоящей работе в виде такого волчка рассматривается макрочастица, обладающая магнитным моментом μ и собственным вращением вокруг ее главной оси инерции, совпадающей с вектором μ (см. рисунок). В силу симметрии магнитного поля $H \simeq (0, 0, H(r))$ относительно оси OZ ограничимся рассмотрением движения центра масс волчка в плоскости XOY.

Пренебрегая влиянием диссипации на движение волчка, запишем сохраняющуюся функцию Гамильтона системы

$$\mathscr{H} = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \frac{I}{2}(\dot{\chi}^2 \sin^2\theta + \dot{\theta}^2) + \frac{I_0}{2}(\dot{\psi} + \dot{\chi}\cos\theta)^2 - \mu H(r)\cos\theta, \qquad (1)$$

где m — масса; I_0, I — моменты инерции симметрического волчка относительно его главной и побочной осей (линии узлов $O'N \perp OZ'$, $O'N \perp \mu$); r, φ — полярные координаты центра масс O' волчка на плоскости XOY; углы Эйлера θ, ψ и χ задают ориентацию осей инерции волчка по отношению к прямоугольной системе координат $O'X'Y'Z'$, связанной с центром инерции движущегося тела.

Циклическим координатам φ, χ и ψ отвечают три первых интеграла движения системы

$$mr^2\dot{\varphi} = L_z,$$
$$I_0(\dot{\psi} + \dot{\chi}\cos\theta)\cos\theta + I\dot{\chi}\sin^2\theta = l_z,$$
$$I_0(\dot{\psi} + \dot{\chi}\cos\theta) = l_3, \qquad (2)$$

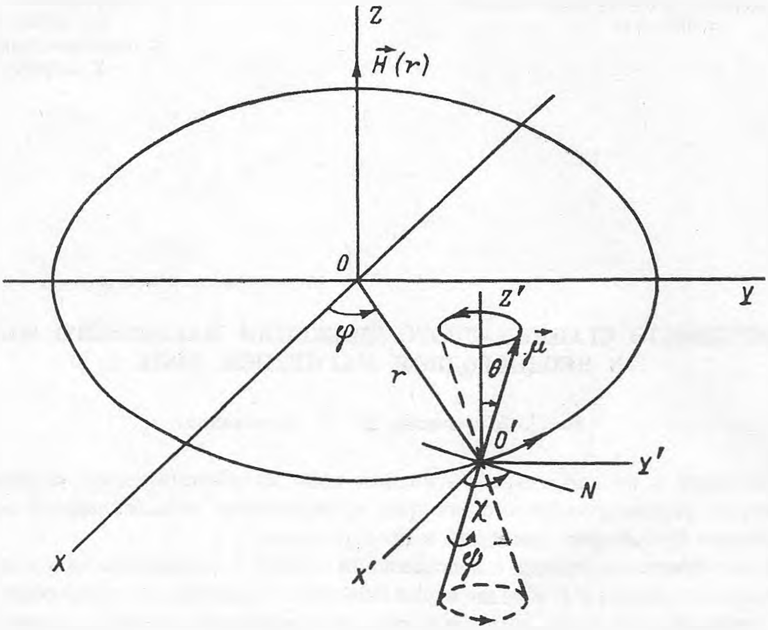
с помощью которых можно аналогично [1, с. 143] исключить из выражения для энергии (1) циклические скорости $\dot{\varphi}$, $\dot{\chi}$ и $\dot{\psi}$. В результате получим

$$E = \frac{m}{2}\dot{r}^2 + \frac{I}{2}\dot{\theta}^2 + U_{\text{эфф}}, \quad E = \mathscr{H} - \frac{l_3^2}{2I_0},$$

где эффективная потенциальная энергия системы

$$U_{\text{эфф}} = -\mu H(r)\cos\theta - \frac{L_z^2}{2mr^2} + \frac{(l_z - l_3\cos\theta)^2}{2I\sin^2\theta} \qquad (3)$$

является функцией двух «позиционных» переменных r и θ.



Наряду со сложными движениями, описываемыми с помощью нелинейных уравнений, волчок может совершать стационарное движение — равномерное движение по орбите радиуса r_0 ($\dot{r} = 0$) с одновременной прецессией под определенным углом θ_0 ($\dot{\theta} = 0$) к оси OZ'. Нахождение условий такой «орбитальной» прецессии связано с отысканием экстремумов $U_{\text{эфф}}(r, \theta)$ в точках r_0 и θ_0

$$\left(\frac{\partial U_{\text{эфф}}}{\partial r}\right)_0 = 0, \quad \left(\frac{\partial U_{\text{эфф}}}{\partial \theta}\right)_0 = 0, \qquad (4)$$

которые, используя выражение (3) для $U_{\text{эфф}}$, можно представить в виде

$$\mu\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_0 \cos\theta_0 + \frac{L_z}{mr_0^3} = 0,$$

$$\mu H(r_0)\sin\theta_0 + \frac{(l_3 - l_z\cos\theta_0)(l_z - l_3\cos\theta_0)\sin\theta_0}{I\sin^4\theta_0} = 0. \qquad (5)$$

Условия устойчивости рассматриваемого стационарного движения, согласно теореме Рауса [7] и критерию Сильвестра, имеют вид

$$a_{rr} > 0, \quad a_{rr}a_{\theta\theta} - a_{r\theta}a_{\theta r} > 0, \qquad (6)$$

где

$$a_{rr} = \left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial r^2}\right)_0 = -\mu\left(\frac{\partial^2 H}{\partial r^2}\right)_0 \cos\theta_0 + \frac{3L_z^2}{mr_0^4},$$

$$a_{r\theta}=\left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial r\partial\theta}\right)_0=\mu\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_0\sin\theta_0,\qquad a_{r\theta}=a_{\theta r},$$

$$a_{\theta\theta}=\left(\frac{\partial^2 U_{\text{эфф}}}{\partial\theta^2}\right)_0=\frac{(l_z-l_3\cos\theta_0)^2\sin^2\theta_0+(l_3+l_3\cos^2\theta_0-2l_z\cos\theta_0)^2}{I\sin^4\theta_0}.$$

Первое неравенство в (6) с учетом (5) приводит к условию радиальной устойчивости частицы в центральном поле [8]

$$\frac{(\partial^2 H/\partial r^2)_0}{(\partial H/\partial r)_0}\,r_0>-3, \tag{7}$$

которое для неоднородного магнитного поля $H(r)\sim\alpha r^n$ (α — размерный коэффициент) сводится к требованию $n>-2$. Таким образом, в рамках рассматриваемой модели орбитальное движение волчка в магнитных полях типа $\sim r^{-3}$ (магнитного диполя) не является устойчивым.

Второе неравенство (6) определяет с помощью соотношений (5) область значений параметров системы, при которых данное стационарное движение магнитной частицы устойчиво.

Можно показать, что реализация такого движения отвечает синхронизации объектов с близкими частотами [9]. Для этого, записывая условия осуществимости стационарного движения (5) с учетом (2) в терминах частот орбитального вращения $\omega_1=\dot\varphi$, регулярной прецессии $\omega_2=\dot\chi$ и собственного вращения $\omega_3=\dot\psi$, получим

$$\mu\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_0\cos\theta_0+m\omega_1^2 r_0=0,$$

$$[\omega_2^2(I_0-I)\cos\theta_0+I_0\omega_2\omega_3+\mu H(r_0)]\sin\theta_0=0. \tag{8}$$

В случае «магнитного» ротатора ($I_0=0$) система (8) сводится к уравнению

$$(\omega_1^2\omega_2^2-\omega_{L_0}^2\omega_{l_0}^2)\left[1-\left(\frac{\omega_1}{\omega_{L_0}}\right)^4\right]^{1/2}=0,$$

где

$$\omega_{L_0}^2=-\mu\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right)_0\frac{1}{r_0},\quad \omega_{l_0}^2=\mu H(r_0)/I,\quad \cos\theta_0=(\omega_1/\omega_{L_0})^2.$$

При $\omega_1^2\neq\omega_L^2$ (соответственно $\theta_0\neq0,\ \pi$) имеем $\omega_1^2\omega_2^2=\omega_{L_0}^2\omega_{l_0}^2$, что аналогично условиям синхронизации объектов с близкими частотами [9].

Литература

[1] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. Механика. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука, 1965, т. 1. 204 с.
[2] *Козорез В. В.* Изв. АН СССР, МТТ, 1974, № 4, с. 29—34.
[3] *Тернов И. М., Бордовицын В. А.* УФН, 1980, т. 132, № 2, с. 345—352.
[4] *Багров В. Г., Бордовицын В. А.* Изв. вузов. Физика, 1980, № 2, с. 67—76.
[5] *Широносов В. Г.* ЖТФ, 1983, т. 53, № 7, с. 1414—1416.
[6] *Кувыкин В. И., Сеняткин В. А.* ЖТФ, 1984, т. 54, № 12, с. 2404—2407.
[7] *Меркин Д. Р.* Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1976. 312 с.
[8] *Дубошин Г. Н.* Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М.: Наука, 1964. 560 с.
[9] *Блехман И. И.* Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 352 с.

Физико-технический институт
Уральского научного центра АН СССР
Устинов

Поступило в Редакцию
22 сентября 1985 г.
В окончательной редакции
10 марта 1986 г.